Mens Agitat, 16 (2021) 26-28

ISSN 1809-4791

O Algoritmo da Lei de Coulomb

Coulomb's Law Algorithm

Luciano Nascimento[1*]

[1*]*Grupo de Estudo em Matemática Aplicada/GEMA,Patos-PB, Brasil.*

Resumo

Este artigo tem por finalidade descrever o algoritmo da Lei de Coulomb, abordando suas métricas e desenvolvimento matemático. Além disto, por ser inspirado na natureza e seus processos, e baseados em leis da física, descreve uma ambientação computacional acerca da carga elétrica que interage com outras cargas através do campo eletrostático. Este artigo apresenta uma breve análise das leis de Newton e de Coulomb aplicadas ao processo de otimização do Charged System Search (CSS).

Palavras-chave: Lei de Newton e Coulomb. Carga Elétrica. Campo Eletrostático.

Abstract

This article aims to describe the Coulomb Law algorithm, addressing its metrics and mathematical development. In addition, because it is inspired by nature and its processes, and based on the laws of physics, it describes a computational setting about the electrical charge that interacts with other charges through the electrostatic field. This article presents a brief analysis of Newton's and Coulomb's laws applied to the optimization process of the Charged System Search (CSS).

Keywords: Newton and Coulomb's law. Electric Charge. Electrostatic Field.

1. INTRODUÇÃO

A otimização consiste em ajustar as entradas ou características de um processo matemático em uma função. Os algoritmos de otimização são, hoje em dia, amplamente utilizados pela sua diversidade, o que possibilita aplicações em áreas de pesquisa distintas. Estes algoritmos podem ser inspirados na natureza e seus processos, baseados em leis da física, baseados em processos sociológicos, entre outros, nesta ambientação, abordaremos um algoritmo inspirado por leis da física Newtoniana e Lei de Coulomb, intitulado Charged System Search (CSS) [1].

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

2.1 Lei de Coulomb

Segundo Coulomb a intensidade da força elétrica é diretamente proporcional ao produto das cargas elétricas e inversamente proporcional ao quadrado da distância entre os corpos. Dessa forma, podemos definir a magnitude da força elétrica como sendo [2].

$$F_{ij} = k_e \frac{q_i q_j}{r_{ij}^2} \tag{2.1}$$

Onde, q_i e q_j são os valores descritos para as cargas elétricas de duas partículas, r_{ij} é a distância entre as partículas e k_e é a constante dielétrica do meio ao qual as partículas estão expostas.

Considerando uma partícula de formato esférico e raio a, podemos, através da lei Gaussiana, calcular a magnitude do campo elétrico em um ponto dentro da esfera, como sendo.

$$E_{ij} = k_e \frac{q_i}{a^3} r_{ij}^2 \tag{2.2}$$

De forma completa, podemos definir a magnitude elétrica e direção para todas as partículas pela equação abaixo[3].

$$F_j = k_e q_j \sum_{i,\ i \neq j} \left(\frac{q_i}{a^3} r_{ij}\, i_1 + \frac{q_i}{r_{ij}^2}\, i_2 \right) \frac{r_i - r_j}{\left\| r_i - r_j \right\|} \tag{2.3a}$$

Esta formula é verdadeira para as seguintes condições.

$$\begin{cases} i_1 = 1, i_2 = 0 \Leftrightarrow r_{ji} < a \\ i_1 = 0, i_2 = 1 \Leftrightarrow r_{ji} \geq a \end{cases} \tag{2.3b}$$

2.2 Leis de Newton

A mecânica Newtoniana também intitulada mecânica clássica, engloba os estudos acerca da movimentação de objetos descritos como partículas independente de seu tamanho. Se a posição da partícula (r) é conhecida é possível calcular também sua velocidade em relação ao tempo, segundo descrito na equação [4].

$$v = \frac{r_{new} - r_{old}}{t_{new} - t_{old}} = \frac{r_{new} - r_{old}}{\Delta_t} \tag{2.4}$$

A mudança de posição e velocidade de uma partícula produz nesta uma aceleração, definida por.

$$a = \frac{v_{new} - v_{old}}{\Delta_t} \tag{2.5}$$

Utilizando as equações (2.4) e (2.5) podemos definir uma função em relação ao tempo para as novas posições de cada partícula.

$$r_{new} = \frac{1}{2} a * \Delta_t^2 + v_{old} * \Delta_t + r_{old} \tag{2.6}$$

Utilizando a segunda lei de Newton, podemos expandir a equação (2.6) chegando assim a sua forma final.

$$r_{new} = \frac{1}{2} \frac{F}{m} * \Delta_t^2 + v_{old} * \Delta_t + r_{old} \tag{2.7}$$

2.3 Charged System Search

No processo de otimização do CSS cada elemento plausível para ser uma solução é denominado partícula de carga, cada partícula tem seu movimento baseado na mecânica Newtoniana e interage com outras através de campos eletrostáticos. Similar a diversos outros algoritmos de otimização, o CSS considera uma população de partículas (CP), cada partícula no espaço de estudo possui uma magnitude de carga (q_i) que resulta em um campo elétrico ao redor da mesma, e pode ser expressado como [5]:

$$q_i = \frac{fit(i) - fit_{worst}}{fit_{best} - fit_{worst}}, \quad i = 1,2, \dots, N \tag{3.1}$$

Onde fit_{best} e fit_{worst} são os valores para o melhor e pior custos para toda a população, respectivamente; $fit(i)$ representa a função objetivo na iteração i e N é o total de partículas da população (CP).

A distância de separação entre duas partículas pode ser expressada por:

$$r_{ij} = \frac{\left\| X_i - X_j \right\|}{\left\| \frac{X_i + X_j}{2} - X_{best} \right\| + \varepsilon} \tag{3.2}$$

Onde X_i e X_j são as posições para o *i*-ésimo e *j*-ésimo CP, respectivamente, ε é o menor valor positivo para fugir das singularidades. Os campos eletroestáticos interagem de forma que um CP com baixo custo atrai um com alto custo e vice-versa.

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & fit(j) > fit(i) \\ 0, & else \end{cases} \tag{3.3}$$

Porém, para que um CP com alto custo atraia um com baixo custo, precisa também satisfazer a seguinte condição de probabilidade.

$$p_{ij} = \begin{cases} 1, & \dfrac{fit(i) - fit_{best}}{fit(j) - fit(i)} > rand \lor fit(j) > fit(i) \\ 0, & else \end{cases} \tag{3.4}$$

Uma vez dispostas as condições acima, se torna possível calcular a força do campo elétrico resultante que age em um CP [6].

$$F_j = q_j \sum_{i,\ i \neq j} \left(\frac{q_i}{a^3} r_{ij} i_1 + \frac{q_i}{r_{ij}^2} i_2 \right) p_{ij} \left(X_i - X_j \right) \tag{3.5a}$$

As condições para confirmação da equação acima, são:

$$\begin{cases} j = 1,2, \dots, N \\ i_1 = 1, i_2 = 0 \Leftrightarrow r_{ji} < a \\ i_1 = 0, i_2 = 1 \Leftrightarrow r_{ji} \geq a \end{cases} \tag{3.5b}$$

Uma vez calculados todos os parâmetros de cada CP, o algoritmo inicia o processo de otimização, buscando os melhores resultados para cada partícula no espaço de busca, para que esta otimização seja executada se faz necessária a atualização das posições e velocidades para cada elemento da população, como demonstrado a seguir.

$$X_{j,new} = rand_{j1} k_a \frac{F_j}{m_j} \Delta_t^2 + rand_{j2} k_v V_{j,old} \Delta_t + X_{j,old} \tag{3.6}$$

$$V_{(j,new)} = \frac{X_{j,new} - X_{j,old}}{\Delta_t} \tag{3.7}$$

Onde k_a representa o coeficiente de aceleração, k_v o coeficiente de velocidade que controla a influencia das velocidades anteriores, $rand_{j1}$ e $rand_{j2}$ são valores aleatórios uniformemente distribuídos entre 0 e 1. A massa para cada partícula é representada por m_j e é proporcional a q_j.

Para calcular os coeficientes de controle k_a e k_v temos:

$$k_a = 0.5\left(1 + \frac{iter}{iter_{max}}\right) \tag{3.8}$$

$$k_v = 0.5\left(1 - \frac{iter}{iter_{max}}\right) \tag{3.9}$$

2.3.1 Processo de Inicialização

Para inicializar o processo, todas as posições que cada CP irá ocupar, estas devem ser geradas de forma aleatória, de forma que busquem todo o espaço da função.

$$X_{i,j}^{(0)} = X_{i,min} + rand\left(X_{i,max} - X_{i,min}\right), \quad i = 1,2, \dots, n \tag{3.10}$$

Onde $X_{i,j}^{(0)}$ é o determinante para o valor inicial de posição da *i*-ésima variável para o *j*-ésimo CP. $X_{i,min}$ e $X_{i,max}$ são os limiares do espaço de busca e n representa o número de variáveis do problema abordado.

A velocidade para cada CP deve ser inicializada como zero, de forma que o processo de otimização irá atribuir um valor quando necessária a movimentação da partícula.

$$v_{i,j}^{(0)} = 0, \quad i = 1,2, \dots, n \tag{3.11}$$

CONCLUSÃO

Pode-se notar que o algoritmo, Charged System Search (CSS), é baseados nas Leis de Newton e Coulomb por se tratar de uma ferramenta e de um processo de otimização computacional para resolver problemas físicos e à nível de engenharia, não se limitando a estas aplicações.

AGRADECIMENTOS

O autor agradece ao GPA pelo suporte computacional.

REFERÊNCIAS

[1] ÖZYÖN, O. Charged system search algorithm for emission constrained economic power dispatch problem.Journal Energy 46(1).p. 420–430, 2012. 2004.

[2] NUSSENZVEIG, H.M. Curso de Física Básica. 3 Eletromagnetismo. São Paulo: Edgard Blücher, 4ª edição, 2002.

[3] RESNICK, R.; HALLIDAY, D.; MERRIL, J. Fundamentos de Física 3: Eletromagnetismo, Rio de Janeiro: LTC, 2009.

[4] NUSSENZVEIG, H. M. Curso de Física Básica. 1 Mecânica. São Paulo: Edgard Blücher, 4ª edição, 2002.

[5] KAVEH,A.; TALATAHARI, S. Charged system search for optimal design of frame structures. Appl. Soft Comput. J.12 (1).p. 382–393, 2012.

[6] ZAKIAN,P.; KAVEH, A. Economic dispatch of power systems using an adaptive charged system search algorithm. Appl. Soft Comput. J. 73.p. 607–622, 2018.